Licence L2 MI et DUT d'Informatique 2ème année — 2006 – 2007
Module *Principes d'Interprétation des Langages* — Feuille de TD n° 1

Notions de base sur les langages

Exercice 1
Sur l'alphabet $A = \{0,1\}$, considérons les mots $w_1 = 01$ et $w_2 = 101$. Calculer $w_1 \cdot w_2$, $w_2 \cdot w_1$, w_1^3, w_2^2, $\varepsilon \cdot w_1$, $|w_1|$.

Exercice 2
Sur l'alphabet $A = \{a,b\}$, considérons les mots $w_1 = abab$, $w_2 = aaabab$, $w_3 = babaa$, $w_4 = \varepsilon$ et $w_5 = aba$; et les langages

- L_1 : mots commençant par ab ;
- L_2 : mots se terminant par aa ;
- L_3 : mots contenant une occurrence d'au moins trois a consécutifs ;
- L_4 : mots ne contenant pas d'occurrences de bab ;
- L_5 : mots de longueur impaire commençant par ab et finissant par ba .

1. Pour chaque i et j, dire si le mot w_i appartient ou non au langage L_j.
2. Trouver un mot w_6 qui appartient à L_i ssi i est pair, et un mot w_7 qui appartient à L_i ssi i est impair (trouver les mots les plus courts possible)

Exercice 3
Considérons les deux langages sur l'alphabet $\{a,b\}$ définis par $L_1 = \{a,ba\}$ et $L_2 = \{\varepsilon,b,aa\}$. Calculer L_1L_2, L_2L_1, L_1^2, L_2^2, L_1^3, L_2^3, L_1^*, L_2^*.

Exercice 4
Sur l'alphabet $A = \{a,b,c\}$, considérons les langages $L_1 = \{ab,bc\}$, $L_2 = \{a,cb\}$, $L_3 = \{ba,\varepsilon\}$, $L_4 = \{\varepsilon\}$ et $L_5 = \emptyset$. Calculer $L_1 \cdot L_2$, $L_1 \cdot L_3$, L_2^3, L_3^2, $L_4 \cdot L_1$, $L_5 \cdot L_1$, $L_1 \cup L_4$, $L_3 \cup L_4$, L_3^*.

Exercice 5
Pour un langage L arbitraire, que valent $L \cup \emptyset$, $L \cap \emptyset$ et $L \cdot \emptyset$? Existe-t-il un langage L_0 tel que pour tout L, $L \cdot L_0 = L_0 \cdot L = L$?

Exercice 6
On considère les langages définis sur l'alphabet $A = \{a,b\}$ par $L_1 = \{a\}^*.\{b\}^*$, $L_2 = (\{a\} \cup \{b\})^*$, $L_3 = \{ab\}^*$, $L_4 = \{a\}^* \cup \{b\}^*$ et $L_5 = (\{ab\} \cup \{a\})^*$.

Les questions 1 et 2 de cet exercice sont étroitement imbriquées, on peut les traiter en même temps pour chacun des langages.

1. Les mots suivants appartiennent-ils à chacun de ces langages: a, b, aa, ab, ba, aab, $abab$?
2. Trouver la forme générale des mots de chacun de ces langages.
3. Comparez ces langages (égalités, inclusions).

Exercice 7
Soit L_1 et L_2 deux langages arbitraires. Exprimer les langages suivants d'une autre manière, qui utilise moins d'opérations sur les langages :

1. $(L_1 \cdot L_2) \cup (L_1 \cdot L_3)$ avec deux opérations.

2. $(L_1^*)^*$ avec une opération.
3. $(\{\varepsilon\} \cup L_1)^*$ avec une opération.
4. $\emptyset^*$ avec aucune opération.
5. $(L_1^* \cdot L_2^*)^*$ avec deux opérations.