Expressions rationnelles et automates

Exercice 1

Sur l'alphabet $\{a,b\}$, donner des expressions rationnelles décrivant les langages suivants :

1. L=$\{$ensemble des mots w commençant par $ab\}$;
2. L=$\{$ensemble des mots w se terminant par $bb\}$;
3. L=$\{$ensemble des mots w commençant par ab et se terminant par $bb\}$;
4. L=$\{$ensemble des mots w contenant au moins trois occurrences successives de $a\}$;
5. L=$\{$ensemble des mots w ne commençant pas par $ba\}$;
6. L=$\{$ensemble des mots w de longueur paire, y compris le mot de longueur 0$\}$;
7. L=$\{$ensemble des mots w ne contenant pas deux a consécutifs$\}$;
8. L=$\{$ensemble des mots w ne contenant ni deux a consécutif ni deux b consécutifs$\}$;
9. L=$\{$ensemble des mots w de la forme $w = a^n b^n\}$;
10. L=$\{$ensemble des mots w contenant autant de a que de $b\}$;
11. L=$\{$ensemble des mots w de la forme $w = a^n b^p\}$;

Exercice 2

Soit X=$\{$1,2,3,4,5,6,7,8,9,0$\}$ l'alphabet des chiffres arabes. En utilisant des expressions régulières étendues, donner des expressions rationnelles dénotant les langages suivants :

- Les séquences non vides de 1
- Les chiffres pairs (2 expressions possibles)
- Les nombres pairs (les zéros superflus sont autorisés)
- Les nombres ne se terminant pas par 2
- Les nombres sans les zéros superflus

Exercice 3

On considère un langage dont les conventions lexicales sont les suivantes :

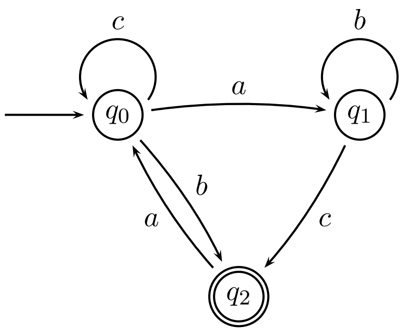
- les constantes entières signées sont des unités lexicales, dénotées par `[+-]?[0-9]+` ;
- les identificateurs de variables sont des unités lexicales, dénotées par `[a-z][a-z0-9]*` ;
- les mots `:=`, `;` et `*` sont des unités lexicales ;
- les espaces sont des séparateurs.

Les phrases suivantes sont-elles lexicalement bien formées pour ce langage ? Si oui, donner leur découpage en unités lexicales ; si non, dire sur quel caractère se situe l'erreur lexicale.

1. `x:=-3;`
2. `x := -3 ;`
3. `x : = - 3 ;`
4. `x := - 3 ;`
5. `x := 3*y;`
6. `x*3 := y;`

7. `x3 := y+4;`
8. `x 3 := y + 4;`
9. `x 3 := y +4;`
10. `3 := x`
11. `3 =: x`
12. `;;xx333-4444:=5y+6`

Exercice 4
Considérons l'automate suivant sur l'alphabet $\{a,b,c\}$, d'état initial q_0 et d'états acceptants $\{q_2\}$.



1. Quel sont les états atteints lors de l'exécution de cet automate respectivement sur les mots a, b, c, $cabc$, $baca$, $baac$, aa, bb, et ε?
2. Parmi ces mots, quels sont ceux qui appartiennent au langage reconnu par l'automate?

Exercice 5
Pour chacun des langages suivants sur l'alphabet $\{0,1\}$, trouver un automate qui le reconnaisse.

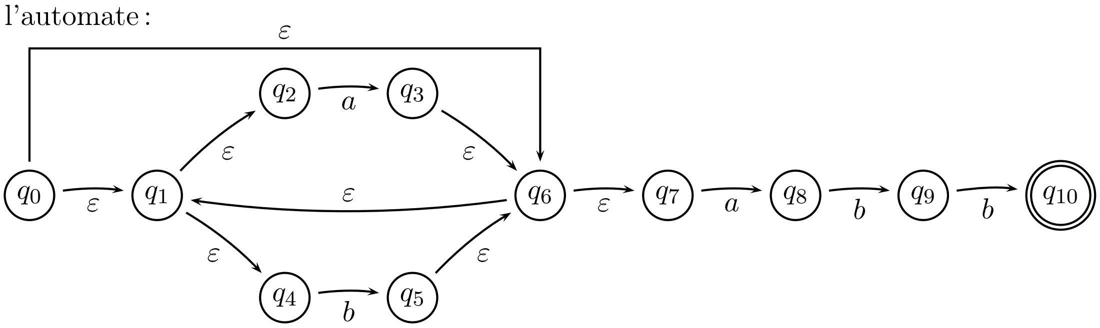
1. $\{0^n1^m \mid n,m \geq 0\}$
2. l'ensemble des mots contenant 11,
3. l'ensemble des mots contenant 001,
4. l'ensemble des mots contenant 001 et 11,
5. l'ensemble des mots contenant 001 ou 11.
6. L'ensemble des mots tel que la parité du nombre de 0 est égale à celle de 1.
7. l'ensemble des nombres naturels en représentation binaire qui sont divisibles par 3.

Exercice 6
Déterminisez l'automate (V_t,Q,q_0,F,δ), défini comme suit :

- $V_t = \{a,b\}$
- $Q = \{1,2,3,4,5\}$
- $q_0 = 1$
- $F = \{5\}$
- $\delta(1,a) = \{1\}$
- $\delta(1,b) = \{1,2\}$
- $\delta(2,a) = \{3\}$
- $\delta(3,a) = \{4\}$
- $\delta(4,b) = \{5\}$

– $\delta(5,a) = \{5\}$
– $\delta(5,b) = \{5\}$

Exercice 7
Soit l'automate :



1. Le déterminiser.
2. Est-il minimal ?