TD11 : Quelques exercices supplémentaires

1 Intersection de langages

Soit $L_1 = ((a+b)^2.a)^*$ et $L_2 = (a+b+\epsilon)(ba)^*$. Que pensez-vous de $L_1 \cap L_2$. Ce langage est-il fini (donner tous les mots du langage) ou infini (donner une expression reconnaissant l'intersection) ?

Même question avec $L_1 = (aa + ab)^*$ et $L_2 = a(ba + ab)^*$.

2 Miroirs et palindromes

Etant donné un mot u, $\tilde{u}$ est le miroir de u. Pour tout langage L, on définit $\tilde{L}$ comme le miroir de L (c'est-à-dire l'ensemble des miroirs des mots de L). On définit aussi $\frac{L}{2} = \{u | u\tilde{u} \in L\} \cup \cup_{a \in X} \{u | ua\tilde{u} \in L\}$. Soit $R = (ab + aba)^*$.

1. Donner une expression régulière pour $\tilde{R}$.

2. Montrer que $\forall n > 0, a(ba)^n = (ab)^{n-1}aba$ et $\forall n > 0, \forall p > 0, (aba)^p(ba)^n = (aba)^{p-1}(ab)^n aba$.

3. Montrer que si $u \in R$ alors soit $u\tilde{u}$, soit $ua\tilde{u}$ est dans $\frac{R}{2}$. On pourra décomposer u en $(ab)^{x_0}(aba)^{y_0} \cdots (ab)^{x_n}(aba)^{y_n}$, et utiliser la question précédente.

4. En déduire que $R \in \frac{R}{2}$.

5. A-t-on $R = \frac{R}{2}$?

3 Déterminisé du miroir du déterminisé du miroir (troisième)

Soit l'automate $\mathcal{A}$ suivant :

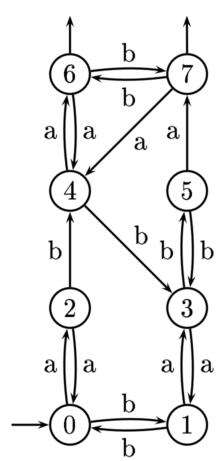

FIG. 1 – $\mathcal{A}$

1. Donner un automate $\mathcal{A}_R$ reconnaissant le langage "miroir" de celui reconnu par $\mathcal{A}$, c'est-à-dire le langage des mots de $Rec(\mathcal{A})$ lus à l'envers.

2. Déterminisez $\mathcal{A}_R$. L'automate obtenu est-il minimal (minimisez-le pour le savoir) ?

3. Faire le miroir $\mathcal{A}_{RR}$ du déterminisé de $\mathcal{A}_R$. Quel langage reconnaît ce nouvel automate (justifier) ? Déterminisez-le et vérifiez qu'il est minimal.