

## TD9 : Retour sur les Expressions Rationnelles

### Exercice 1 :

Combien y-a-t'il de mots de longueur  $n$  sur l'alphabet  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$  ?

### Exercice 2 :

Résoudre l'équation  $x011 = 011x$  sur l'alphabet  $A = \{0, 1\}$ .

### Exercice 3 :

Que pensez vous des égalités suivantes,  $A$  et  $B$  étant des langages (les prouver ou trouver un contre-exemple) :

- $(A^n)^* = (A^*)^n$ ,  $n$  entier ;
- $(A^+)^* = A^*$  ;
- $(A + A^n)^* = A^* + (A^*)^n$ ,  $n$  entier ;
- $A^2 + B^2 = (A + B)^2$  ;
- $A^* \cap B^* = (A \cap B)^*$  ;
- $A(BA)^* = (AB)^*A$  ;
- $(A \cup B)^* = (A^*B^*)^*$  ;
- $A(B \cup C) = AB \cup AC$

### Exercice 4 : Simplifier les expressions régulières suivantes :

- $(aa)^*a + (aa)^*$  ;
- $(a + b)(\epsilon + aa)^+a + b$  ;
- $(a + \epsilon)a^*b$

### Exercice 5 : Montrer les égalités suivantes ( $a$ et $b$ sont des lettres) :

- $(a^2 + a^3)^* = (a^2a^*)^*$  ;
- $a^*(a + b)^* = (a + ba^*)^*$  ;
- $(ba)^+(a^*b^* + a^*) = (ba)^*ba^+b^*$

**Exercice 6 :**

Soit l'automate  $\mathcal{A}$  suivant :

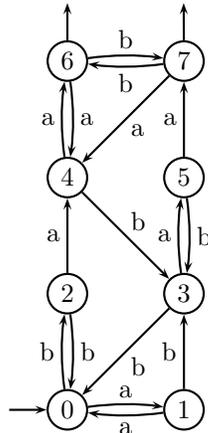


FIG. 1 –  $\mathcal{A}$

1. Donner un automate  $\mathcal{A}_R$  reconnaissant le langage "miroir" de celui reconnu par  $\mathcal{A}$ , c'est-à-dire le langage des mots de  $Rec(\mathcal{A})$  lus à l'envers.
2. Déterminez  $\mathcal{A}_R$ . L'automate obtenu est-il minimal ? (minimisez-le pour le savoir)
3. Faire le miroir  $\mathcal{A}_{RR}$  du déterminisé de  $\mathcal{A}_R$ . Quel langage reconnaît ce nouvel automate ? (justifier) Déterminez-le et vérifiez qu'il est minimal.