

TP4 : Récursivité

1 Coefficients binomiaux

Comme vu en TD, la fonction qui calcule un coefficient binomial est définie par :

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}, \binom{n}{n} = \binom{n}{0} = 1 \quad (1)$$

Ecrire une fonction qui calcule $\binom{n}{k}$ où n et k sont entrés par l'utilisateur.

2 Suite de Fibonacci

La suite de Fibonacci est définie par :

$$f_0 = f_1 = 1, f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \quad (2)$$

Ecrire une fonction récursive qui calcule f_n . Faire de même avec une fonction itérative. Quelle est la plus rapide et pourquoi ?

3 Suite de Syracuse

La suite de Syracuse est définie par un premier terme entier u_0 puis on calcule les termes suivants de la façon suivante :

$$u_{n+1} = \begin{cases} u_n/2 & \text{si } u_n \text{ est pair,} \\ 3.u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases} \quad (3)$$

On a observé que cette suite converge toujours vers le cycle 4, 2, 1, mais cette conjecture n'est pas prouvée à ce jour.

Étant donné un entier positif n , nous appelons vol_n la suite des entiers u_i depuis le premier terme $u_0 = n$ jusqu'au premier k tel que $u_k = 1$. k est appelée la durée du vol. L'altitude d'un vol est le plus grand terme de la suite. Un entier a un vol de durée record si aucun entier plus petit n'a un vol aussi long ; il a une altitude record si aucun entier plus petit n'atteint une altitude aussi haute.

Écrire des fonctions récursives pour calculer les vols, leur durée, leur altitude... et répondez aux questions suivantes pour n allant de 1 à 1000 :

- vérifiez que vol_n converge toujours et calculez la durée de vol et l'altitude,
- cherchez l'entier n qui a la durée de vol maximale,
- l'entier n qui a l'altitude maximale,
- calculez toutes les durées record ainsi que toutes les altitudes record,
- pour k allant de 1 à 20, trouvez le plus petit entier dont la durée de vol soit k ,