Algorithmique - Licence M/I

TD 2

27 septembre 2004

Un *sous-mot* (en anglais *subsequence*) d'un mot u est un mot s tel qu'il existe une suite strictement croissante $(i_j)_{j<|s|}$ de $[0; |u|-1]$ tel que, pour tout $j < |s|$, $s_j = u_{i_j}$. Par exemple *crabe* est un sous-mot de *carabine*. On note plsm(u,v) le plus long sous-mot commun de u et v.

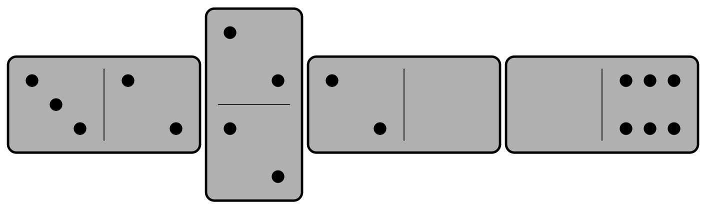
Exercice 1: Exprimer plsm(ua,vb) en fonction de plsm(u,vb), plsm(ua,v) et plsm(u,v).

Exercice 2: Remplir le tableau suivant pour calculer le plsm de *bdcaba* et *abcbdab* en utilisant les règles précédentes :

	ϵ	b	d	c	a	b	a
ϵ							
a							
b							
c							
b							
d							
a							
b							

Exercice 3: Donner un algorithme pour calculer plsm(u,v).

Soit K un entier positif. Un *domino* est un sous-ensemble à 1 ou 2 éléments de $[\![0;K]\!]$ (un domino à un élément est appelé un *double*). On dispose d'un ensemble J de dominos distincts. Un chemin de longueur n de dominos de J est une suite $C = \big((p_i, q_i)\big)_{i\in[1;n]}$ telle que $\varphi : \left\{ \begin{array}{ccc} C & \longrightarrow & J \\ (p_i, q_i) & \longmapsto & \{p_i, q_i\} \end{array} \right.$ est injective et, pour tout i dans $[2;n]$, $p_i = q_{i-1}$. C est un circuit si n est supérieur à 2 et $p_1 = q_n$.



Le chemin $((3,2),(2,2),(2,0),(0,6))$ de longueur 4
formé des dominos $\{2,3\}$, $\{2\}$, $\{0,2\}$ et $\{0,6\}$.

Exercice 4: Combien y a-t-il de dominos à valeurs dans $[\![0;K]\!]$?

Exercice 5: Montrer qu'un circuit formé de dominos distincts contient des dominos qui portent au moins trois valeurs distinctes.

Exercice 6: Donner un cycle contenant tous les dominos dans $[\![0;2]\!]$, dans $[\![0;3]\!]$. Donner un cycle puis un chemin pour tous les dominos dans $[\![0;3]\!]$ sauf $(2,3)$. Que peut-on en conclure ?

Exercice 7: Un ensemble J de dominos est représenté par un tableau de dominos. Donner un algorithme qui permet de décider si, en utilisant une et une seule fois chaque élément de J, on peut former un grand cycle. On pourra commencer par traiter le cas où les valeurs des dominos sont comprises entre 0 et 4.

Exercice 8: Même question avec un chemin.

Exercice 9: Donner un algorithme qui permet de trouver la longueur d'un plus long chemin de dominos de J.