

Algorithmique : TD 6

Licence M/I

25 octobre 2004

1 Parcours

Exercice 1: Donner deux arbres dont le parcours préfixe soit 12345678.

Exercice 2: Existe-t-il un arbre à 8 sommets dont le parcours préfixe soit 12345678 et le parcours suffixe est

53247681?

43527861?

Exercice 3: De façon générale, si on se donne deux permutations des nombres 1 à n , à quelle condition existe-t-il une arborescence de n sommets dont les permutations soient les mots préfixe et suffixe? Lorsqu'il y a une solution, est-elle unique?

Exercice 4: Donner un algorithme pour reconstruire un arbre à partir de ses mots préfixe et suffixe.

Exercice 5: Écrire un algorithme de parcours en largeur d'un arbre binaire (la racine est affichée en premier, puis tous les nœuds du niveau 1, puis ceux du niveau 2, etc.).

2 AVL

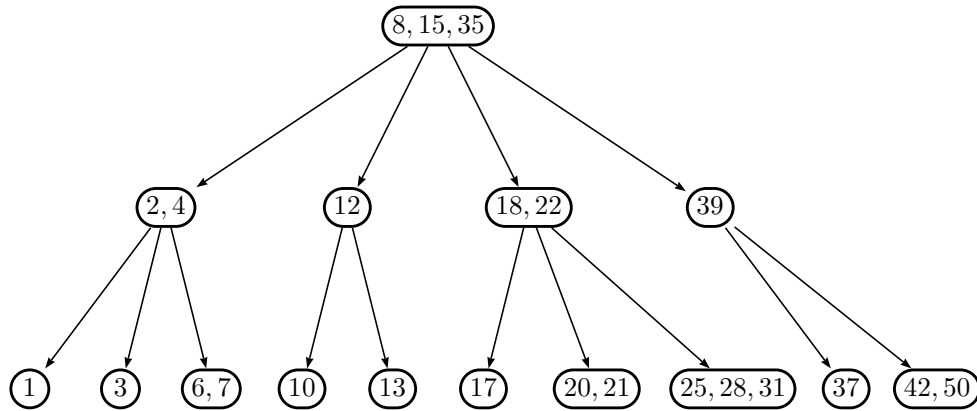
Un AVL est un arbre binaire (de recherche) tel que, en chaque nœud, la différence de hauteur des sous-arbres gauche et droit est au plus égale à 1.

Exercice 6: Dessiner un AVL de hauteur 5 avec un nombre de nœuds minimal.

Exercice 7: Donner le nombre minimal H_n de nœuds d'un AVL de hauteur n (donner une formule de récurrence exprimant H_n en fonction de H_{n-1} et H_{n-2}). En déduire une borne inférieure pour H_n lorsque n est assez grand.

3 Arbres 2-3-4

Les arbres 2-3-4 sont des arbres de recherche, mais contrairement aux arbres binaires, leurs nœuds contiennent 1, 2 ou 3 valeurs triées et ils ont (sauf les feuilles) un nombre de fils égal à ce nombre de valeurs +1. Le premier fils est un sous-arbre dont les valeurs sont inférieures à la première valeur du nœud, le second contient des valeurs comprises entre la première et la deuxième, le troisième entre la deuxième et la troisième et le quatrième fils contient des valeurs plus grandes que toutes les valeurs du nœud. D'autre part, un arbre 2-3-4 est équilibré, c'est-à-dire que toutes ses feuilles sont à la même profondeur.

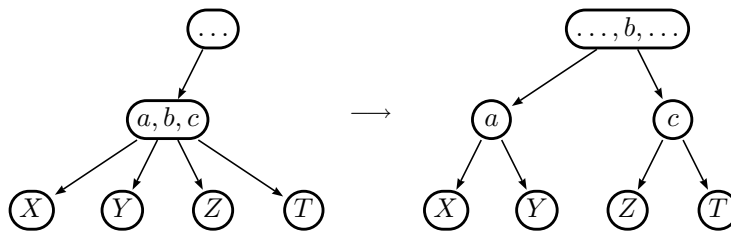


Exercice 8: Proposer un type de données pour construire des arbres 2-3-4.

Exercice 9: Ecrire un algorithme de parcours en ordre infixe d'un arbre 2-3-4.

Exercice 10: Ecrire un algorithme de recherche dans un arbre 2-3-4.

Lorsqu'on veut ajouter un élément dans un arbre 2-3-4, on descend jusqu'à la feuille où l'élément doit aller. Si la feuille est pleine, on éclate le nœud de la façon suivante :



L'élément du milieu remonte dans le père. Si le père est plein, on l'éclate à son tour, *etc...*

Exercice 11: Ajouter les éléments 26 puis 19 à l'arbre dessiné plus haut.

Exercice 12: Montrer que l'insertion d'un élément laisse l'arbre équilibré.

Une autre possibilité pour insérer un élément consiste, lorsqu'on descend dans l'arbre pour accéder à la feuille à éclater préventivement tous les nœuds à trois valeurs. C'est ce qu'on appelle l'éclatement à la descente.

Exercice 13: Ajouter les éléments 26 puis 19 à l'arbre dessiné plus haut en utilisant l'éclatement à la descente.