

Exercice 1 (Un ordinateur compte mal!).

1. Que doit normalement afficher le programme suivant?

```
format longE;
function res = Higham(x)
    for i=1:52
        x=sqrt(x);
    end
    for i=1:52
        x = x.^2;
    end
    res = x;
end
Higham(4)
```

2. Exécuter le programme sur l'ordinateur. Quel est le résultat affiché? Expliquez.
3. Exécuter le programme suivant :

```
x = logspace(0, 1, 2013);
y = Higham(x);
plot(x, y, 'k.', x, x, '--')
```

Expliquer le graphique (identifier les points tels que $y = x$).

Exercice 2. Le but est de calculer les paramètres qui définissent l'arithmétique à virgule flottante en MATLAB en comparant avec les constantes de la norme IEEE 758.

1. Calculer la précision machine ϵ définie comme le plus petit nombre positif tel que numériquement $1 + \epsilon > 1$. Comparer avec la constante `eps` de MATLAB.
2. Calculer le plus petit nombre flottant positif normalisé noté α . Comparer avec `realmin`.
3. Calculer le plus petit nombre flottant positif dénormalisé en utilisant `eps` et `realmin`.
4. Calculer le plus grand nombre flottant positif. Comparer avec `realmax`.

Exercice 3. Lorsque l'on souhaite évaluer la fonction

$$f(x) = \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$$

sur un ordinateur, on observe des erreurs relatives importantes quand $x \approx 0$.

1. Expliquer ce phénomène.
2. Proposer une méthode pour évaluer avec précision $f(x)$ pour $|x| < 1$ et écrire une fonction MATLAB calculant $f(x)$.

Exercice 4 (Réduction d'argument).

1. Écrire une fonction MATLAB qui calcule la fonction *sinus* en utilisant une approximation de Taylor. Puisque la série est alternée, les éliminations catastrophiques vont se produire pour $|x|$ assez grand.

2. Pour éviter cela, on peut réduire l'argument x de $\sin(x)$ dans l'intervalle $[0, \pi/2]$. On somme alors la série de Taylor et on s'arrête quand numériquement $s_n + t_n = s_n$ où s_n représente la somme partielle et t_n le terme suivant.
3. Comparer la valeur exacte $[\sin(-10 + k/100)]_{k=0, \dots, 2000}$ avec celle obtenue avec votre fonction et tracer les erreurs relatives.

Exercice 5 (Utilisation des BLAS).

1. Soit A une matrice de taille $m \times n$. Écrire un programme MATLAB « orienté colonne » calculant

$$s_i = \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$$

pour $i = 1, 2, \dots, m$. Utiliser ensuite les BLAS (via la commande `norm`) pour calculer les s_i . Comparer l'efficacité de ces deux algorithmes.

2. Étant données 2 matrices A et B de taille $n \times n$. Écrire un programme qui calcule AB . Comparer l'efficacité de votre programme avec la commande `A*B`.

Remarque : pour les mesures de temps, vous utiliserez les commandes `tic` et `toc` de MATLAB :

```
tic;  
programme;  
toc
```